



TITLE:

# 水面波の砕波に対する簡便な数値モデルの開発に向けて(非線形波動の数理と応用)

AUTHOR(S):

田中, 光宏; 佐藤, 寛之

---

CITATION:

田中, 光宏 ...[et al]. 水面波の砕波に対する簡便な数値モデルの開発に向けて(非線形波動の数理と応用). 数理解析研究所講究録 2006, 1483: 1-13

ISSUE DATE:

2006-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/58106>

RIGHT:

## 水面波の砕波に対する簡便な数値モデルの開発に向けて

岐阜大工 田中光宏 (TANAKA Mitsuhiro)

Faculty of Engineering, Gifu University

岐阜大工 (M1) 佐藤寛之 (SATO Hiroyuki)

Faculty of Engineering, Gifu University

### 1 イントロダクション

水面波の砕波は風から波へのエネルギーや運動量の輸送、波から流れへの運動量の変換、エアロゾルの生成等を通して、大気と海洋の相互作用において、さまざまな重要な役割を果たしている。その一方で、砕波現象は空間的に局在した非線形性の強い現象であること、それに伴う運動が気泡を含む気液混層流の激しい乱流運動であることなどから、いまだに第一原理に基づく記述法が確立されていない。

今日、波浪推算の技術は大いに進歩しており、全球規模の海洋を対象とした WAM や WAVEWATCHIII, またより海岸に近い浅海域を主な対象とする SWAN など実用的な精度での波浪予測を可能とするさまざまな数値波浪予測モデルが開発され、日常的にも活用されている。(波浪推算モデルの全般については Komen et al. (1994), Young (1999) など参照)

これらすべての波浪推算モデルは、時空間のある点における波浪場の状況を波数スペクトル  $\Phi(k)$  を用いて表現する。波数スペクトルは波数ベクトル  $k$  が異なる多数の成分波（正弦進行波）の集合として波浪場を表現した際の 2 次元  $k$  平面におけるエネルギーの配分状況を表現するスペクトルである。そしてこの波数スペクトルの時間空間的な発展は、エネルギー平衡方程式

$$\frac{\partial \Phi(k; x, t)}{\partial t} + c_g(k) \cdot \nabla_h \Phi(k; x, t) = S_{nl} + S_{in} + S_{ds}, \quad (1)$$

によって支配されるものとされている。ここで  $\nabla_h$  は水平座標  $x$  についての 2 次元勾配演算子、 $c_g(k)$  は  $k$  に対応する群速度ベクトルを表す。この記述法によると波数スペクトルを変化させる主要な要因として、風からのエネルギー入力  $S_{in}$ 、非線形性による異なる成分波間のエネルギー交換  $S_{nl}$ 、そして砕波によるエネルギー散逸  $S_{ds}$  が考慮される。<sup>1</sup> この 3 つのソース項の中で、 $S_{nl}$  と  $S_{in}$  に対しては、かなり信頼性の高いモデルが提唱されている一方で、 $S_{ds}$  に対しては、気液混層流体の強乱流状態を本質とする砕波現象の複雑さゆえに、第一原理に基づくモデル化が遅れており、もっぱらモデル全体としての推算結果が観測結果と良好な一致を示すようにという趣旨でのチューニングがなされているのが現状である。

このような状況を反映して、波浪推算モデルによって  $S_{ds}$  の具体的な表現は千差万別であるが、あらゆる周波数帯においてエネルギーを減少させる方向に働くようにモデル化がなされているという点ではすべてのモデルで共通している。Rapp-Melville (1990) や野崎 (2001) は、水槽の一端

<sup>1</sup> 浅海域を対象とした SWAN では、これらに加えて海底摩擦の影響、有限水深であることによる水深に制限された砕波の影響、非常に浅くなって分散性が弱くなった状態で重要になる非共鳴的な 3 波相互作用の影響なども考慮される。

の造波機で周波数を変えながら波群を発生させ、水面波の分散性を利用して下流のある点で波が集中することによって碎波を起こす実験を通して、碎波がスペクトルに及ぼす影響についての研究を行っている。彼らの報告によると、碎波が発生すると確かに波群の全エネルギーは減少するものの、周波数帯ごとに見ると、碎波の発生によってむしろエネルギーが増加している周波数帯も存在し、したがって碎波は必ずしもエネルギー散逸としてだけでなく、結果的には成分波間のエネルギー交換に相当する作用も持っていることが報告されている。数値波浪推算モデルに用いられている碎波項  $S_{ds}$  はスペクトル空間における記述を出発点としており、碎波が時としてこのような意外な側面を持ちうるというような考慮はまったくなされていない。

碎波現象は物理空間上での局所的な波形および流速場と密接に関連したコヒーレントな現象であり、成分波間の非線形相互作用などと異なり、もともとスペクトル空間における定式化は似つかわしくない現象であると思われる。そこで本研究の目的は、物理空間における波動場の決定論的時間発展シミュレーションに直接組み込むことができる「碎波」モデルを開発することである。ただし現実の碎波現象の複雑さを考慮して、実現現象の忠実なモデル化を追求することはせず、波浪統計量を議論できるほどに広大な領域を対象とするような大規模計算に対してそれほどの負荷を与えないような簡便なモデルで、なおかつ曲がりなりにも「碎波」のモデルとして許容できる程度のモデルの構築を目標とする。具体的には次節で取り上げる Duncan (1981) の実験に基づいて、碎波の判定条件を設定し、その条件を満足した個々波の前面のある定められた範囲に、適当な強さの付加圧力を作用させ、この付加圧力の印加をもって、碎波の波本体への効果を模擬するものとする。

本研究では以下の2点をわれわれの碎波モデルの有用性を検証するポイントとして取り上げる：

- 分散性による波群の集中の結果発生する碎波に対して、果たして野崎 (2001) の報告にあるような、エネルギーが増大するような周波数帯の出現を再現することができるかどうか、
- 典型的な海洋波スペクトルを有するような不規則波動場に適用した場合に、WAMなどで実用に供されている  $S_{ds}$  がもたらす散逸スペクトルと似たスペクトル変化率が出るかどうか、

まず次節 (§2) で碎波モデルの説明を行ったのち、§3 では上記 1. について、また §4 では上記 2. についてそれぞれ検討する。

## 2 碎波モデル

ここで用いる決定論的碎波モデルの概要は以下のようなものである：

1. 波動場の時間発展を追跡する数値シミュレーションの各時間ステップにおいて、そのときの空間波形を zero-up cross 法により個々波に分割する。
2. ある判定条件を設定し、それを満たす個々波は「碎波している」とみなす。
3. 碎波していると判定された個々波の前面の一部に付加的な圧力を作用させ、それにより「碎波」に伴うエネルギー散逸を導入する。

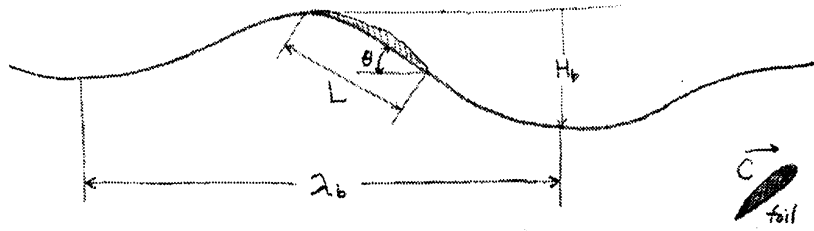


図 1: Duncan の実験

したがってこのモデルを実行に移すためには

1. どのような波を碎波しているとみなすか (碎波判定条件)
2. 碎波と判定された波の前面のどの範囲に付加圧力をかけるか
3. かける付加圧力の大きさはどの程度にするか

の3つのパラメタの設定が必要となるが、これらはすべて Duncan (1981) の実験結果を参考にして決定した。

## 2.1 Duncan の実験結果

Duncan (1981) は水中翼を引っ張ることによって定常的な碎波を発生させ、その幾何学的特徴やそれによるエネルギー散逸、後流部分の流速分布などについて詳細な検討を行った (図 1 参照)。彼が得た主な結果を本研究と関連する部分に限り要約すると以下ようになる：

- 碎波している波の波長  $\lambda$  および波高  $H$  は、水中翼の迎え角や深度などによらず、波速  $C$  (= 水中翼を引っ張る速さ) とつねに以下の関係を満たす：

$$C = 1.044 \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \quad H = 0.6C^2/g. \quad (2)$$

( $C$  と  $\lambda$  の関係は  $ak = 0.3$  の Stokes 波に対する関係とほぼ完全に一致) これら 2 つから  $C$  を消去することにより、すべての実験条件に対してつねに  $H \approx 0.1\lambda$  が成立している。(この結果は碎波モデルにおける碎波判定条件の設定に利用する。)

- 碎波領域の長さ  $L$  と波高  $H$  の間には  $H \approx 1.6L \sin \theta$  が成り立つ。(この結果は碎波モデルにおいて付加圧力を作用させる範囲の決定に利用する。)
- 碎波による水中翼への付加抵抗  $F_b$  は、単位波峰幅あたり

$$F_b = \rho \frac{0.009C^4}{g \sin \theta} \quad (3)$$

したがって単位時間当たりのエネルギー散逸率  $\epsilon$  は

$$\epsilon = F_b \times C = \rho \frac{0.009C^5}{g \sin \theta}. \quad (4)$$

(この結果は砕波モデルにおける付加圧力の大きさの決定に利用する。)

## 2.2 本研究で用いる砕波モデル

ポテンシャル流を仮定した水面波の決定論的な数値シミュレーションに、砕波によるエネルギー散逸の効果を取り込むために、波の前面に付加的な圧力  $p_{ex}$  を印加する。 $p_{ex}$  の分布を決定する具体的な手続きは以下のようである：

1. 各時刻の空間波形をゼロクロス法により個々波に分解し、それぞれの波高  $H$  および波長  $\lambda$  を求める。波形の谷とそれに引き続く山の関係が重要なので、個々波はゼロアップクロスで定義する。<sup>2</sup> すなわち、波高  $H$  は波の山とその前にある谷との鉛直距離、波長  $\lambda$  はその波をはさむ前後の谷の間の水平距離として定義する。
2.  $H/\lambda > 0.1$  を満足する波を「砕波している」と判定し、その波の前面のうち、波峰からの鉛直距離が  $H/1.6$  以内の部分に付加圧力  $p_{ex}$  を作用させる。
3. 上記規則により決定される砕波領域の長さを  $L$  とし、その範囲に大きさ  $p_{ex}$  の付加圧力を加えた際のエネルギー散逸率  $\epsilon$  はほぼ  $0.21p_{ex}LC$  で与えられる。<sup>3</sup> 波速  $C$  にはトラフ間の距離  $\lambda$  を波長とする微小振幅波の位相速度を用いる。
4. この  $\epsilon$  が Duncan (1981) が観測したエネルギー散逸率 (4) と同程度の大きさになるようにするために、 $p_{ex}$  を

$$p_{ex} = \frac{F_b C}{0.21LC} \approx 5 \frac{F_b}{L} \quad (5)$$

と定める。

5. このように定義された  $p_{ex}$  は砕波領域の両端で不連続を持ち数値計算上好ましくないので、各砕波領域内で適当な重み関数により、積分値を保ったまま  $p_{ex}$  をより滑らかな関数に補正する。
6. エネルギー散逸率  $\epsilon$  に関して Duncan (1981) では

$$\epsilon = \alpha_D \frac{\rho_w C^5}{g}, \quad \alpha_D = (3.1 \sim 6.6) \times 10^{-2} \quad (6)$$

が成り立つのに対し、分散性を利用した波群の集中による非定常な砕波によるエネルギー散逸率に対する Melville (1994) の研究では

$$\epsilon = \alpha_M \frac{\rho_w C^5}{g}, \quad \alpha_M = (4 \sim 12) \times 10^{-3} \quad (7)$$

と、係数  $\alpha$  としてほぼ一桁小さい値が報告されていることを考慮し、Duncan の定常砕波が与える  $\epsilon$  に基づいて定めた上記の  $p_{ex}$  に、非定常ファクターとして 0.1 を乗じる。

<sup>2</sup>波は  $x$  の正方向に伝播するものとしている。

<sup>3</sup>ここで線形単色波においては波の前面のうち、波峰からの鉛直距離が  $H/1.6$  以内の部分における  $w$  の平均は  $w = 0.69(ak)C$  で与えられること、また Duncan (1981) によると砕波している波に対してはつねに  $ak \approx 0.3$  であることを用いている。

以上が本研究で用いる砕波モデルのすべてである。

このような手続きで付加圧力  $p_{\text{ex}}(x)$  を確定した後は、微小振幅水面重力波に対する基礎方程式

$$\nabla^2 \phi(x, z, t) = 0 \quad \text{for} \quad -\infty < z \leq \eta(x, t), \quad (8)$$

$$\eta_t = \phi_z \quad \text{on} \quad z = \eta(x, t), \quad (9)$$

$$\phi_t + gz = -p_{\text{ex}}/\rho_w \quad \text{on} \quad z = \eta(x, t), \quad (10)$$

$$\phi_z \rightarrow 0 \quad \text{at} \quad z \rightarrow -\infty, \quad (11)$$

に則って時間発展を追跡する。<sup>4</sup> また本研究においては波動場はつねに断面2次元、すなわち伝播方向は水平1次元のみとする。

この砕波モデルの応用例として、まず次の§3では、分散性による波群の集中の結果発生した砕波がもたらすスペクトルの変化について考察する。引き続き§4では、海洋波の標準スペクトルを有する不規則波動場に砕波モデルを適用し、それがもたらすスペクトル変化率を検出し、WAMなどの波浪推算モデルで用いられている  $S_{\text{ds}}$  と比較検討する。

### 3 波群の集中

ここでは野崎 (2001) の水槽実験を念頭に置き、それに似た状況での数値実験を考える。野崎の実験では、水槽の一端に設置された造波機で波群を生成している。造波の継続時間  $T_g$  は6.4秒で、その間に造波の周波数が  $f_{\text{max}} = 2.5\text{Hz}$  から  $f_{\text{min}} = 1.5\text{Hz}$  まで時間  $t$  に関して線形に減少している。このため後で作られた波ほど周波数が低く波速が速いため、追いつきによる波の集中が起こり、その結果水槽のある地点において砕波が生じる。

われわれの数値実験では空間波形の時間発展を追跡することになるので、野崎が生成したものに対応する波群を初期波形として与える必要がある。ここでは以下のような初期波形  $\eta_0(x)$  を与えた：

$$\eta_0(x) = \begin{cases} Aw(x) \sin \{k(x)(x - x_0)\} & (x_0 \leq x \leq x_0 + L_g) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (12)$$

ここで  $A$  は初期振幅、 $w(x)$  は波群を有限長さで打ち切るためのテーパ関数であり、

$$w(x) = \tanh \{L_g - (x - x_0)\} \times \tanh(x - x_0). \quad (13)$$

$x_0$  は計算領域の左端  $x = 0$  から測った波群の最後端の初期位置を表す。また波群の長さ  $L_g$  は、波群の中心周波数  $f_m = 2\text{Hz}$  に対応する波数  $k_m$ 、それに対する群速度  $c_g(k_m)$  により  $L_g = c_g(k_m) \times T_g$  で与える。また  $f_{\text{min}}, f_{\text{max}}$  に対する波数をそれぞれ  $k_{\text{min}}, k_{\text{max}}$  とすると、波数  $k(x)$  は

$$k(x) = k_{\text{min}} + a(x - x_0), \quad a = \frac{k_{\text{max}} - k_{\text{min}}}{2L_g} \quad (14)$$

<sup>4</sup>実際には、砕波が発生するような状況では波動場の非線形性も無視できないと思われるが、ここでは今回導入した砕波モデルがもたらすスペクトルへの影響を明瞭にするため、あえて線形理論に基づく計算とする。

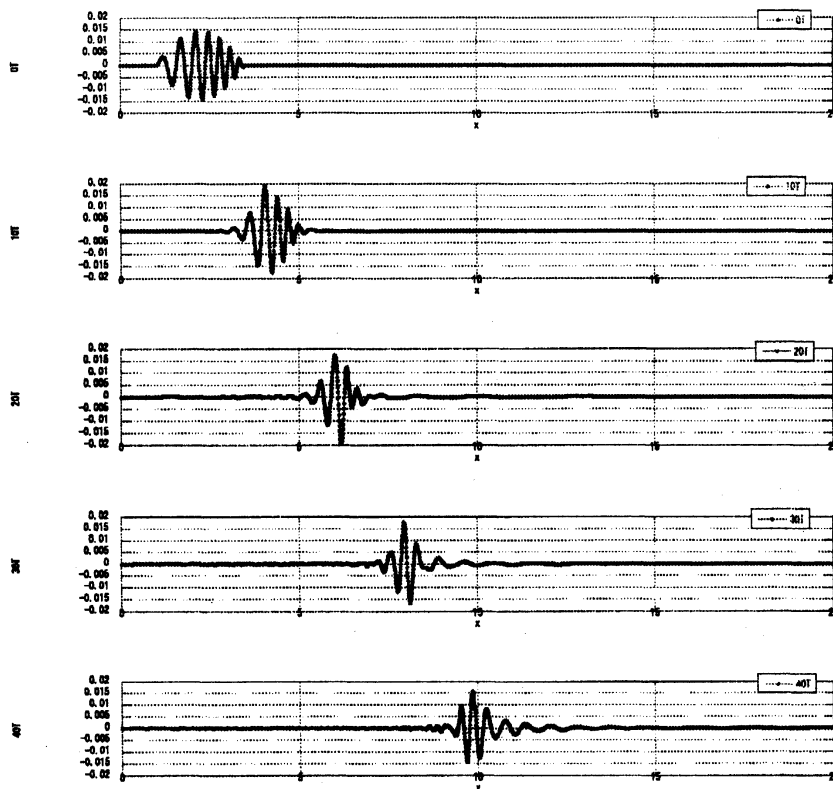


図 2: 波群の伝播と分散性によるエネルギーの集中

で与える.<sup>5</sup>

図 2 は  $A = 2\text{cm}$  のときの空間波形の時間変化を示したものである。波群に含まれる成分波の群速度の違いを  $\Delta c_g$  とすると、波の集中に要するおよその時間  $t_c$  およびその間の伝播距離  $x_c$  は

$$t_c = L_g / \Delta c_g, \quad x_c = c_g(k_m) \times t_c \quad (15)$$

で見積もることができる。今の場合  $2.5\text{Hz}$  と  $1.5\text{Hz}$  の波の群速度の違い  $\Delta c_g$  は約  $0.21\text{m/s}$ 、 $L_g \approx 2.5\text{m}$  より、 $t_c \approx 12\text{s}$ 、 $x_c \approx 4.6\text{m}$  となり、これは数値計算結果ともまた野崎の実験結果ともつつまが合っている。

なお数値計算の空間キザミ  $\Delta x$  は波群に含まれる最も短波長の成分 (すなわち  $f_{\max} = 2.5\text{Hz}$ ) に対応する波長を  $\lambda_{\min}$  として  $\Delta x = \lambda_{\min}/40$ 、時間キザミ  $\Delta t$  は平均周波数  $f_m = 2\text{Hz}$  に対応する周期を  $T_m$  として  $\Delta t = T_m/30$  とそれぞれ決めている。また  $t$  についての積分には 4 次精度の Runge-Kutta 法を用いている。

図 3 は  $E_{\text{tot}} = \Delta x \sum_{i=1}^N \eta_i^2$  で定義される全エネルギー  $E_{\text{tot}}$  の時間変化を示している。砕波モデルの付加圧力のために、波群が集中し砕波判定条件を満たす波が存在するほぼ  $12\text{s}$  から  $30\text{s}$  の間では全エネルギーが減少している。またよく見るとエネルギーの大きな減少は 2 周期ごとに起

<sup>5</sup>ここで  $a = (k_{\max} - k_{\min})/L_g$  として  $k(x)$  を  $k_{\min}$  から  $k_{\max}$  まで変化させると、位相  $\theta(x) = k(x)(x - x_0)$  の空間微分で定義される局所的な波数は、 $k_{\min}$  から  $k_{\max}$  を超えて  $2k_{\max} - k_{\min}$  まで変化してしまうので注意が必要。

きていることが分かる。これは波形の伝播速度，すなわち位相速度が，波群の伝播速度，すなわち群速度の2倍で，2周期ごとに波群の包絡線の腹の部分にちょうど波形の峰の部分があるために  $\eta(x, t)$  に大きな値が出現することによる。(Donelan et al. 1972)

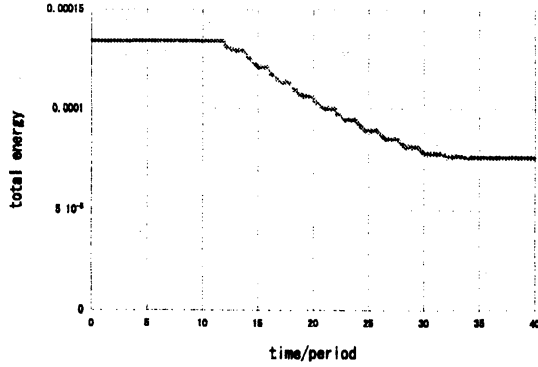


図 3: 碎波モデルによる全エネルギーの時間変化

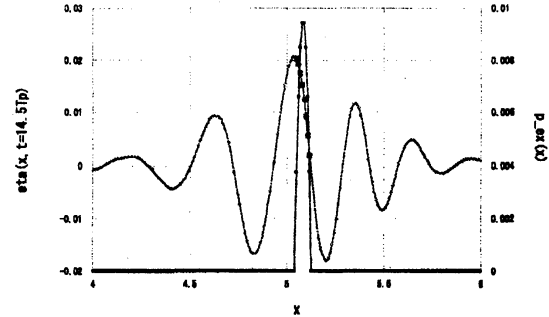


図 4: 碎波モデルが作用している瞬間の波形（左側の軸）と付加圧力の分布（右側の軸）

図 4 は  $t = 14.5T_m$  において「碎波している」と判定された波（図中央）とその周辺の波形，およびその波形に作用する付加圧力  $p_{ex}$  の分布を示す。図 5 は，図 4 の中央に波に碎波モデルによる付加圧力が作用している期間  $13.9T_m \leq t \leq 14.9T_m$  の波数スペクトル  $E(k)$  の瞬間的な変化率を  $0.1T_m$  キザミで示したものである。スペクトルとの位置関係がより明確になるように，同じものを  $E(k)$  と重ねて図示したものが図 6 である。ただし表示の時間間隔を  $0.2T_m$  にしている。全体的には，碎波モデルによる付加圧力は，スペクトルピークを中心にエネルギーを散逸させるように働いている。しかし詳細に見ると，一続きの碎波イベントの初期段階においては，スペクトルピークの高波数側へ，また終末段階においてはスペクトルピークの低波数側へ，それぞれエネルギーを注入しようとしていることが分かる。前述のように野崎 (2001) や Rapp-Melville (1990) は水槽実験の結果，碎波によってむしろエネルギーを受け取る周波数帯があることを報告している。図 5 で見られる  $E(k)$  の変化率が正になる周波数帯の存在がどの程度，これらの実験的観測事実と対応するものであるかは今のところまだ明らかではないが，物理空間において導入された，空間的に局在した単純なプロセスが，総体的にはエネルギーを減衰させる働きをするものの，周波数帯ごとに見ると必ずしも全周波数帯において散逸としては働いていないという，碎波が持つ微妙な性質を再現したこと自体，大変興味深い結果と言えよう。

## 4 不規則波浪場

次に海洋波浪場を意識した広帯域のエネルギースペクトルを持つ不規則波動場にこの碎波モデルを適用し，それがどのようなスペクトル変化をもたらすかについて以下のような手続きで調べる。

1. まず対象とする周波数スペクトルとしては

$$\Psi(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \left[ -\frac{5}{4} \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^{-4} \right] \gamma^{\exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\sigma^2 \omega_p^2} \right]} \quad (16)$$



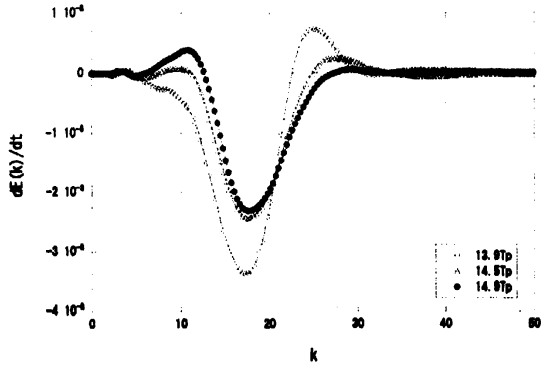


図 5: 砕波モデルによる瞬間的なスペクトル変化率

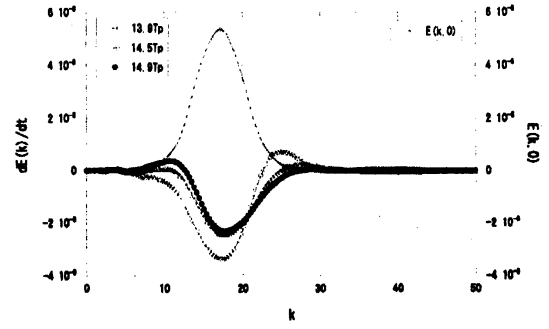


図 6: 左図と同じ (スペクトルとともに)

を採用する。ここで  $\gamma$  はピーク周辺へのエネルギーの集中度を変化させるパラメタであり、 $\gamma = 1$  のときを P-M スペクトル、 $\gamma = 3.3$  のときを JONSWAP スペクトルと呼ぶ。

- 線形分散関係を用いてこの周波数スペクトルを 1 次元波数スペクトル  $E(k)$  に換算し、それに対応する不規則波動場を線形正弦波の重ねあわせで構築する。このとき各成分波の初期位相は一様乱数で与える。また波数  $k$  はスペクトルピーク波数の 40 倍高調波で打ち切る。
- このように構築された波動場に対して、砕波モデルが与える付加圧力  $p_{ex}(x)$  を求め、それがもたらす各波数ごとの瞬間的なエネルギー変化率  $dE(k)/dt$  を、自由表面境界条件 (9), (10) が与える  $\eta_t$  および  $\phi_t$  から求める。この手続きでは時間発展の追跡は行わない。
- 各成分波の初期位相を決める乱数のみが異なり、スペクトル的には同等な多数の波動場に対してこの操作を繰り返し、 $dE(k)/dt$  の平均値を求める。

図 7 上図は有義波高  $H_{1/3} \approx 10\text{m}$ 、ピーク周期  $T = 8\text{s}$  の P-M スペクトルを有するある波動場の波形の一部と砕波モデルによって非零の付加圧力  $p_{ex}$  が加えられるメッシュ点 (波形上の ■) を、下図はそこに加えられる  $p_{ex}$  を示したものである。

図 8 および図 9 は  $T = 8\text{s}$ 、 $\alpha$  として最も典型的な値  $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$  の P-M スペクトルに対応する 10,000 個の波動場に対する  $dE(k)/dt$  の平均値をリニアースケールおよび両対数グラフとして図示したものである。<sup>6</sup> 比較のために WAM が当初用いていた whitecap モデル (Komen et al. 1984) に基づく  $S_{ds}$  :

$$S_{ds} = -C_{ds1} \left( \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha}_{PM}} \right)^2 \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right) \omega E(k), \quad (17)$$

$$\hat{\alpha} = m_0 \bar{\omega}^4 / g^2, \quad \hat{\alpha}_{PM} = 4.57 \times 10^{-3}, \quad C_{ds1} = 3.33 \times 10^{-5} \quad (18)$$

もあわせてプロットした。ここで  $\bar{\omega}$  は

$$\bar{\omega} = \int \omega \Psi(\omega) d\omega / \int \Psi(\omega) d\omega \quad (19)$$

で定義される平均角振動数を表す。図 8 によると、我々が導入した砕波モデルはその簡便さにも

<sup>6</sup> 近似的な関係  $H_{1/3} = 4\sqrt{\eta^2}$  を用いると  $H_{1/3} \approx 2.56\text{m}$  に対応する。

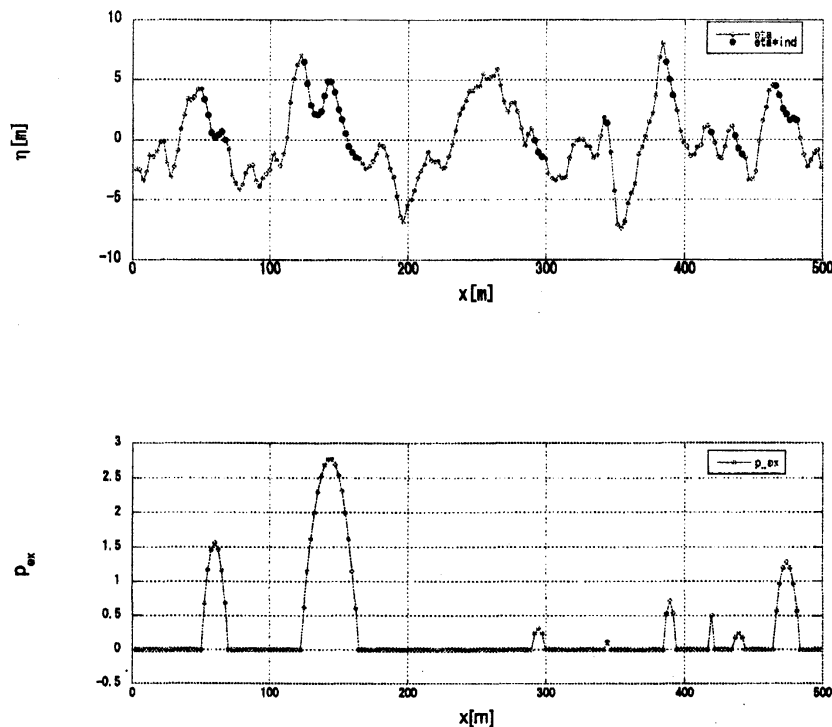


図 7: PM スペクトルを有する瞬間的な波形の一部と付加圧力の分布

かかわらず、標準的なエネルギー密度の P-M スペクトルを有する不規則波動場に適用した場合、Komen et al. (1989) らの提案した  $S_{ds}$  と比較よく似た振舞いをすることが分かる。大変興味深いのは、何のパラメタリゼーションの変更もなく、まったく同一の碎波モデルを適用しながら、前節の波群の集中による碎波の場合に見られた「負の散逸領域」が、P-M スペクトルを有する不規則波動場に適用した際には自然に消滅していることである。図 9 は図 8 と同一の結果を両対数グラフにプロットしたものであるが、これによるとわれわれの碎波モデルがもたらす  $S_{ds}$  は高波数域での減少が Komen らのものに比べやや速く、高波数成分の散逸が不足する傾向があることが分かる。この欠点の改良には、付加圧力を付加する範囲の変更など、今後さまざまな試行錯誤が必要であろうと思われる。

## 5 今後の検討課題

以上で示したように我々の開発した碎波モデルはその簡便さにもかかわらず、波群の集中による碎波現象に適用した場合にも、また海洋波を意識した広帯域不規則波浪場に適用した場合にも、予想以上に合理的なスペクトル変化を与える。しかし詳細に検討するとやはり解決しなければ問題点が山積している。以下にそれらのうち主なものを記し、今後の課題とする。

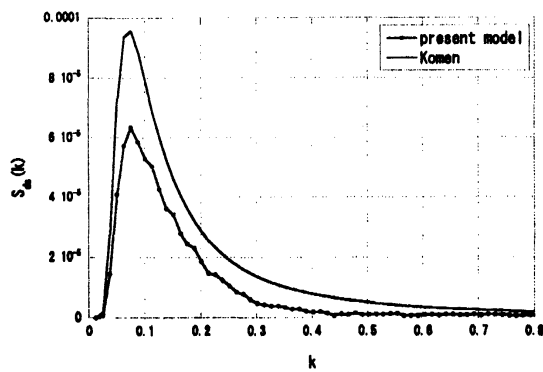


図 8: P-M スペクトルに対するスペクトル変化率

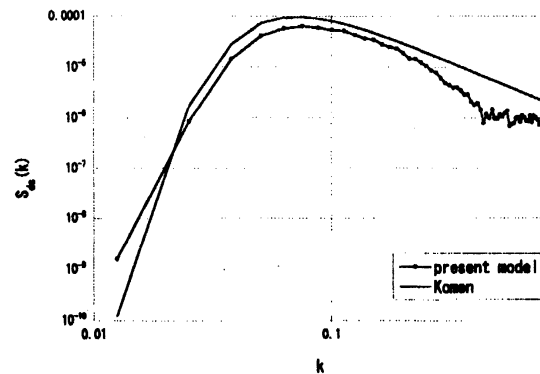


図 9: 左図と同じグラフの両対数プロット

### 5.1 砕波判定条件への過敏さ

われわれの砕波モデルは、モデルに含まれるパラメタ、特に砕波を判定する臨界波形勾配に対して非常に敏感である。図 10 は図 8 で対象としたのと同じ  $T = 8\text{s}$ ,  $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$  の P-M スペクトルを持つ 10,000 個の波動場に対して、我々の砕波モデルが与えるエネルギー変化率を求めたものである。一つは図 8 の結果そのもの、すなわち砕波判定の臨界波形勾配を 0.1 とした場合、他方はそれを 0.095 とした場合の結果である。砕波判定条件の臨界波形勾配を 5% 下げただけで  $S_{ds}$  が倍増し、一気に WAM で用いられた Komen らのモデルを超えてしまう。そもそも

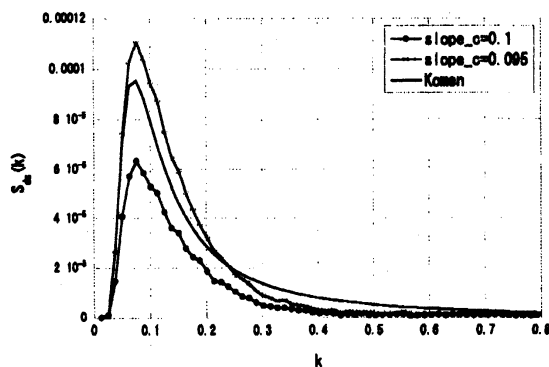


図 10: 本砕波モデルの砕波判定条件（臨界波形勾配）への依存性

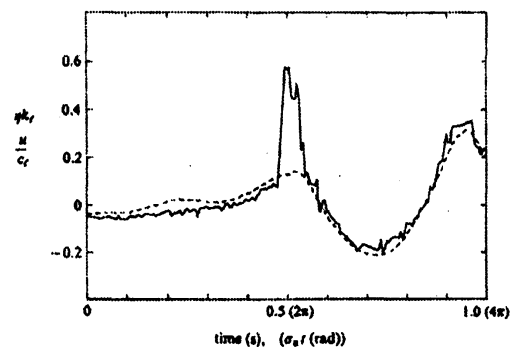


図 11: 低波高の砕波と高波高の非砕波を含む波形記録 (Melville 1996 より)

砕波するかどうかは波形勾配だけで決まるものではない。図 11 は Melville (1996) から引用した実験観測の一例であり、点線は波形を、実線は表面における水平流速を表している。図中に見える 2 つの波峰のうち、波高の高い右の波は砕波していないが、中央に見える波高の低い波はクレストでの水平流速が異常に速く明らかに砕波している。これは砕波の判定条件として波形だけに基づく量を用いることの危うさを端的に示している。

図 12 は数値計算から得られた、クレストにおける水平流速と波高の結合確率分布を、また図 13 はその線形計算の結果からのズレをそれぞれ図示したものである。横軸は波高  $H$ 、縦軸はクレストにおける水平流速  $V_c$  で、ともに適当に無次元化をしている。白黒では多少分かりづらいが、

図 13 は、非線形性の効果により、結合確率分布が全体に左下方向にシフトする、すなわち波高が低いわりにクレストでの水平流速が速い個々波が増加していることを示している。上記に述べた現モデルの砕波判定条件への過敏さをも踏まえると、現状の波形勾配だけに依存する砕波判定条件から、何らかの形で流速の情報も加味したようなタイプの砕波判定条件への移行を検討する必要があると思われる。

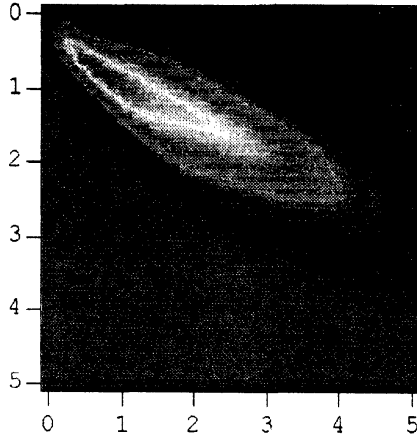


図 12: クレストでの水平流速  $V_c$ (縦軸) と波高  $H$ (横軸) の結合確率分布

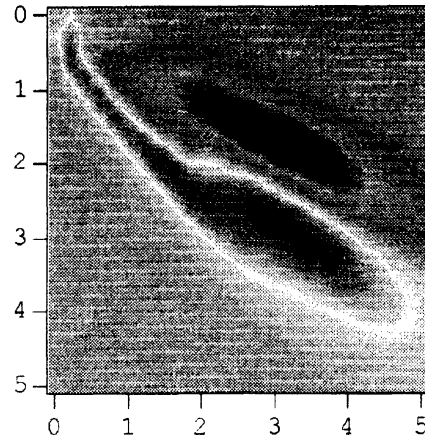


図 13:  $V_c$  と  $H$  の結合確率分布の線形計算からのズレ

## 5.2 個々波への分割方法の再検討

前節で報告した不規則波動場を対象とした計算では、波数をスペクトルピーク波数の約 20 倍で打ち切っており、スペクトルピークに対応する波長あたり平均して約 40 点のメッシュ点が存在する。この空間解像度では図 7 に見るように、砕波領域中に数点、中にはたった 1 点のメッシュ点しか含まれない状況が発生する。そこで砕波領域に入るメッシュ点数を増大させようと空間解像度（すなわち高波数のカットオフ波数）を上げたところ、ゼロクロス法で定義される個々波の数が単調に増大し、発散することが分かった。Rice (1954) によると単位長さあたりのゼロクロスの平均回数は  $f_{\text{zero}} = \sqrt{m_2/m_0}$  で与えられる。ここで  $m_n$  はスペクトル  $E(k)$  の  $n$  次モーメント  $m_n = \int_0^\infty k^n E(k) dk$  を表す。ここで対象としている P-M スペクトルも JONSWAP スペクトルも元来は周波数スペクトルとして与えられており、高周波（高波数）では  $S(\omega) \propto \omega^{-5}$  という振舞いを示す。われわれは空間波形を構成するために、これらを線形分散関係  $\omega = \sqrt{gk}$  を用いて波数スペクトル  $E(k)$  に変換しており、したがって  $E(k)$  は高波数で  $E(k) \propto k^{-3}$  となり 2 次モーメント  $m_2$  が発散する。このため図 14 に示すように、メッシュ点密度を上げ、空間解像度を上げるにつれてゼロクロス法で定義される個々波の数は単調に留まることなく増大する。 $f(x)$  のスペクトル  $E(k)$  が  $E(k) \propto k^{-\alpha}$  のとき、 $f(x)$  のグラフのフラクタル次元  $D$  は  $D = (5 - \alpha)/2$  で与えられる。これによると P-M や JONSWAP スペクトルに対応する空間波形はほぼフラクタル的な構造となっていると考えられ、その複雑性がゼロクロス波の数の発散につながっているものと

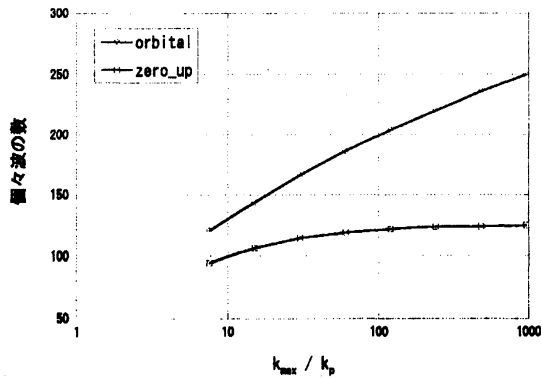


図 14: P-M スペクトルを有する波形を対象とした場合のカットオフ波数と個々波の数の関係 (個々波への分割はゼロアップクロス法 (上) とオービタル法 (下))

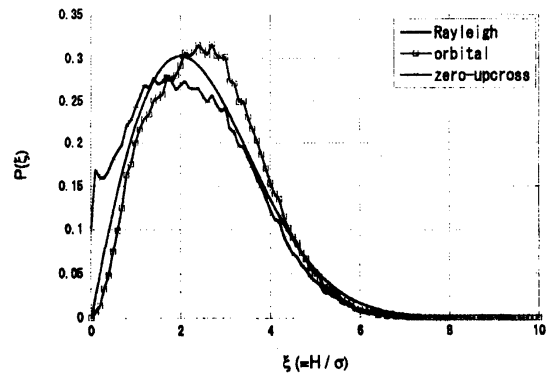


図 15:  $E(k) \propto k^{-4}$  スペクトルを有する波形の波高分布 (個々波分割はゼロアップクロス法およびオービタル法)

思われる。

このように広帯域スペクトルを有する空間波形に対しては、ゼロクロス法に基づく個々波への分割には適用の限界があることが明らかとなったが、これに対しては2通りの対処法が考えられる。まず一つは、波高や波長（ゼロクロス間隔）に閾値を設定して、それ以下の波はカウントしないとするやり方である。しかしこれは閾値の設定に任意性が入り、客観的な合理性を有する設定は難しい。第2の方法は個々波への分割方法自体を変更することである。個々波への分割法としてはゼロクロス法の他にも crest-to-crest 法などが古くから知られているが、広帯域不規則波動場に適用しても個々波の数の発散に悩まされることがないという意味では、比較的最近に考案されたオービタル法 (Gimenez et al. 1994, 北野ら 1997) が最も適していると思われる。オービタル法は

$$z(x) = \eta(x) + i\mathcal{H}(\eta)(x), \quad \mathcal{H}(\eta) := \text{p.v.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta(x')}{\pi(x-x')} dx' \quad (20)$$

のように、空間波形  $\eta(x)$  に対して、そのヒルベルト変換を虚部に加えた複素数値関数  $z(x)$  を構成し、 $z(x)$  平面で偏角が  $2\pi$  進む（原点を回る）たびに1波とカウントする方法である。オービタル法による単位長さあたりの個々波の平均個数は1次モーメントと0次モーメントの比  $m_1/m_0$  で与えられることが知られており、したがって  $E(k) \propto k^{-3}$  のような高波数での減衰が遅いスペクトルに対しても発散することがない。また広帯域ながらまだゼロクロス法も適用可能なスペクトルである  $E(k) \propto k^{-4}$  を持つような波形を対象として、ゼロクロス法およびオービタル法による個々波分割に基づいて波高分布を求めると、図 15 が示すように、オービタル法によるものがゼロクロス法を用いたものに比べて、明らかに自然でレイリー分布に近いものを与える。

以上今後の検討課題として、砕波判定条件に対する流速場情報の活用、および個々波分割方法のゼロクロス法からオービタル法への変更について述べた。なお前節で取り扱った、砕波モデルがもたらす不規則波動場のスペクトルの変化については、砕波モデルによる付加圧力が引き起こす波形および速度ポテンシャルの瞬間的な変化率から算出しており、実際には時間発展の追跡をまったく行っていない。しかしこれは砕波によるスペクトル変動に関する研究方法としてはあま

り正当なアプローチとはいいがたく、やはり時間発展シミュレーションへの組み込みが不可欠である。その場合には、上述した検討課題に加えて、例えば砕波イベントの時間的継続性についてどのように考えるのか、砕波判定における過去の履歴の取り込み方法、高波高砕波の通過にともなう小振幅短波長波の散逸の促進の効果の取り込み方法、そしてもちろん平面 2 次元場への拡張など、まだまだ今後検討を要する因子が山積している。

## 参考文献

- [1] Donelan, M., Longuet-Higgins, M.S. & Turner, J.S. 1972 Periodicity in whitecaps. *Nature* 239, 449–450.
- [2] Duncan, J.H. 1981 An experimental investigation of breaking waves produced by a towed hydrofoil. *Proc. R. Soc. Lond. A* 377, 331–348.
- [3] Giménez, M.H., Sánchez-Carratalá, C.R. & Medina, J.R. 1994 Analysis of false waves in numerical sea simulations. *Ocean Engng.* 21, 751–764.
- [4] Komen, G.J., Cavaleri, L., Donelan, M., Hasselmann, K., Hasselmann, S. & Janssen, P.A.E.M. 1994 *Dynamics and Modelling of Ocean Waves* (Cambridge U.P.).
- [5] Komen, G.J., Hasselmann, K. & Hasselmann, S. 1984 On the existence of a fully developed windsea spectrum. *J. Phys. Oceanogr.* 14, 1271–1285.
- [6] Melville, W.K. 1994 Energy dissipation by breaking waves. *J. Phys. Oceanogr.* 24, 2041–49.
- [7] Melville, W.K. 1996 The role of surface-wave breaking in air-sea interaction. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 28, 279–321.
- [8] Rapp, R.J. & Melville, W.K. 1990 Laboratory measurements of deep-water breaking waves. *Phil. Trans. R. Soc. London Ser. A*, 331, 735–800.
- [9] Rice, S.O. 1954 Mathematical analysis of random noise. in N. Wax (ed.), *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, Dover) (オリジナルは 1944, 1945).
- [10] Young, I.R. 1999 *Wind Generated Waves* (Elsevier).
- [11] 北野利一, 中野 晋, 大野嘉典, 間瀬 肇 1997 複素表現を用いた非線形不規則波浪の統計解析, 海岸工学論文集 44, 171–175.
- [12] 野崎英之 2001 造波機を用いた水面波の砕波実験九州大学総合理工学部 修士論文